4.1. $y = f_a(x) = \dfrac{2x+a}{e^{2x}}$

$f_a(0) = a \rightarrow S_y(0 \mid a)$

$f_a(x) = 0 \rightarrow 2x + a = 0$ (und $e^{2x} \neq 0$ gilt für jedes $x \in R$) $\rightarrow x = -\dfrac{a}{2} \rightarrow S_x\left(-\dfrac{a}{2} \mid 0\right)$

Hochpunkte: $f_a(x) = (2x+a)e^{-2x}$ (Damit kann man die Ableitungen eleganter bilden.)

$$f_a'(x) = 2e^{-2x} + (2x+a)(-2)e^{-2x} = e^{-2x}(2-4x-2a)$$

$$f_a''(x) = (-2)e^{-2x}(2-4x-2a) + e^{-2x}(-4) = e^{-2x}(-8+8x+4a)$$

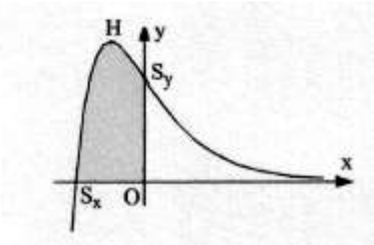
$f_a'(x) = 0 \rightarrow 2 - 4x - 2a = 0$ wegen $e^{-2x} \neq 0 \rightarrow x = \dfrac{1}{2}(1-a)$

$$f_a''\left(\frac{1}{2}(1-a)\right) = e^{-(1-a)}(-8 + 4\cdot(1-a) + 4a) = e^{a-1}(-4) < 0$$

$\rightarrow$ Hochpunkt $H\left(\dfrac{1}{2}(1-a) \mid \dfrac{1}{e^{1-a}}\right)$ bzw. $H\left(\dfrac{1}{2}(1-a) \mid e^{a-1}\right)$

4.2. **Maßzahl des Flächeninhaltes:**

$$\mathbf{A(a)} = \int_{x_0}^{0} \mathbf{f_a(x)\,dx}$$



$x_0 = -\dfrac{a}{2}$ (Vergleiche 4.1.!)

$$y = f_a(x) = \frac{2x+a}{e^{2x}} = (2x+a)e^{-2x} = 2xe^{-2x} + ae^{-2x}$$

$$F(x) = -xe^{-2x} - \frac{1}{2}e^{-2x} + c$$

$$F'(x) = (-1)e^{-2x} + (-x)e^{-2x}(-2) - \frac{1}{2}e^{-2x}(-2)$$

$$F'(x) = -e^{-2x} + 2xe^{-2x} + e^{-2x} = 2xe^{-2x} = f(x)$$

$$\int ae^{-2x}dx = a\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)e^{-2x} + c$$

$$\rightarrow F_a(x) = -xe^{-2x} - \frac{1}{2}e^{-2x} + a\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)e^{-2x} = e^{-2x}\left(-x - \frac{1}{2} - \frac{a}{2}\right)$$

$$\rightarrow A(a) = e^0\left(-\frac{1}{2} - \frac{a}{2}\right) - e^a\left(\frac{a}{2} - \frac{1}{2} - \frac{a}{2}\right) = -\frac{1}{2} - \frac{a}{2} + \frac{1}{2}e^a = \frac{1}{2}\left(e^a - a - 1\right)$$

$A = 10 \rightarrow \dfrac{1}{2}\left(e^a - a - 1\right) = 10 \rightarrow e^a - a - 1 = 20 \rightarrow e^a - a - 21 = 0$

Wahl eines geeigneten Näherungsverfahrens, z. B. Newton

Mit Starwert $a_0 = 4$ ergibt sich der Näherungswert $a \approx 3{,}1857$