3.1. $0 = f(x) = (x^2 + 2x + 1)e^{-x}$ → wegen $e^{-x} \neq 0$ folgt $x^2 + 2x + 1 = 0$ → $x = -1$ → $S_x(-1 \mid 0)$

$f(0) = 1$ → $S_y(0 \mid 1)$

Ableitungen: $f'(x) = (2x+2)e^{-x} + (x^2 + 2x + 1)(-e^{-x}) = e^{-x}(-x^2 + 1)$

$$f''(x) = -e^{-x}(-x^2 + 1) + e^{-x} \cdot (-2x) = e^{-x}(x^2 - 2x - 1)$$

$$f'''(x) = -e^{-x}(x^2 - 2x - 1) + e^{-x}(2x - 2) = e^{-x}(-x^2 + 4x - 1)$$

Extrema: $f'(x) = 0$ → $e^{-x}(-x^2 + 1) = 0$ → $-x^2 + 1 = 0$ (wegen $e^{-x} \neq 0$) → $x_1 = 1$ und $x_2 = -1$

$f''(1) = -\frac{2}{e} < 0$ → Maximum $H\left(1 \mid \frac{4}{e}\right)$

$f''(-1) = 2e > 0$ → Minimum $T(-1 \mid 0)$

Wendepunkte: $f''(x) = 0$ → $e^{-x}(x^2 - 2x - 1) = 0$ → $x^2 - 2x - 1 = 0$ (wegen $e^{-x} \neq 0$)

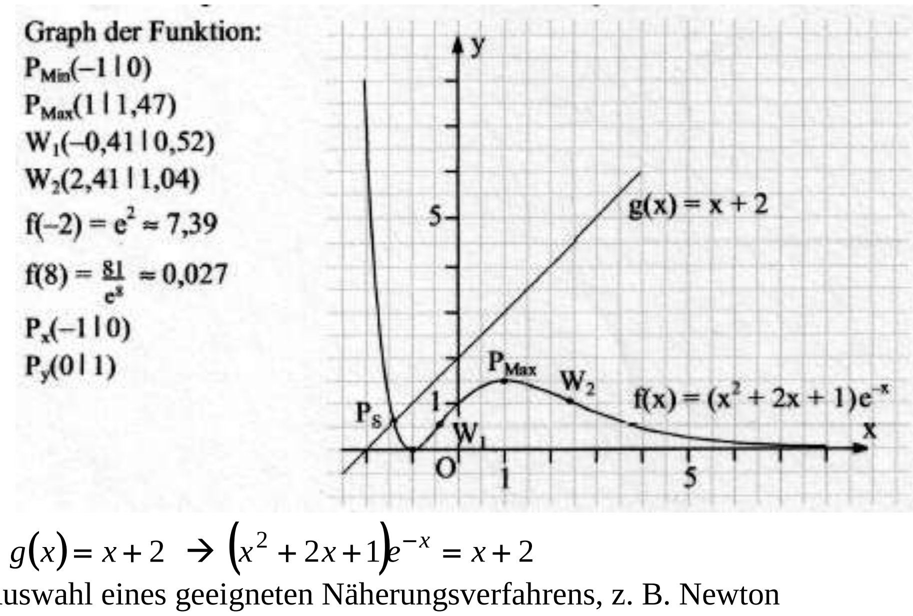
→ $x_1 = 1 - \sqrt{2}$ und $x_2 = 1 + \sqrt{2}$

Die dritte Ableitung wird nur für $x = 2 \pm \sqrt{3}$ Null. Damit ergeben sich die

Wendepunkte $W_1\left(1 - \sqrt{2} \mid \frac{6 - 4\sqrt{2}}{e^{1-\sqrt{2}}}\right)$ bzw. $W_1(-0{,}41 \mid 0{,}52)$

$W_2\left(1 + \sqrt{2} \mid \frac{6 + 4\sqrt{2}}{e^{1+\sqrt{2}}}\right)$ bzw. $W_2(2{,}41 \mid 1{,}04)$

3.2.




3.3. f(x) = g(x)

$f(x) = (x^2 + 2x + 1)e^{-x}$ und $g(x) = x + 2$ → $(x^2 + 2x + 1)e^{-x} = x + 2$

Auswahl eines geeigneten Näherungsverfahrens, z. B. Newton

Starwert kann aus der Skizze entnommen werden $x_0 = -1{,}5$

ermittelter Näherungswert $x \approx -1{,}39$

→ $S(-1{,}39 \mid 0{,}62)$

3.4. $y = h(x) = (x^2 + px + q)e^{-x}$

Berührung der x-Achse bei x = 1 bedeutet: $h(1) = 0$ und $h'(1) = 0$

→ aus $h(1) = 0$ folgt $(1 + p + q)e^{-1} = 0$ also wegen $e^{-1} \neq 0$ folgt $1 + p + q = 0$

und somit $p = -(q + 1)$

$h'(x) = (2x + p)e^{-x} + (x^2 + px + q)(-e^{-x}) = e^{-x}(2x + p - x^2 - px - q)$

→ aus $h'(1) = 0$ folgt $e^{-1}(2 + p - 1 - p - q) = e^{-1}(1 - q) = 0$ also wegen $e^{-1} \neq 0$ folgt $1 - q = 0$ und somit $q = 1$

→ $p = -2$

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet $y = h(x) = (x^2 - 2x + 1)e^{-x}$