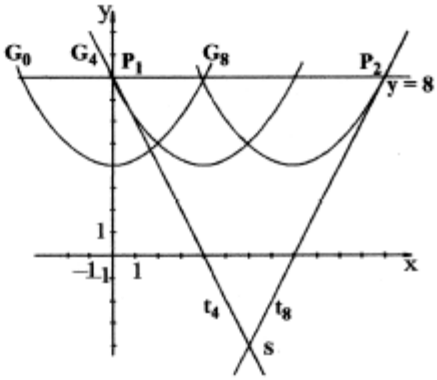
1.1. Wertebereich y $\in$R, y $\geq$ 4
Bilder:



1.2. Flächeninhalt des Dreiecks P_1P_2S
S: Schnittpunkt der Tangenten in $P_1(0 \mid 8)$ und $P_2(12 \mid 8)$

Tangentengleichung t_4 : $f_4(x) = \frac{1}{4}(x-4)^2 + 4 = \frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16) + 4 = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 8$

$f_4'(x) = \frac{1}{2}x - 2$

$f_4'(0) = -2$ → m = -2

Aus y = mx + n → y = -2x + n und mit $P_1(0 \mid 8)$ folgt
$8 = -2 \cdot 0 + n$ also n = 8

t_4: y = -2x + 8

Tangentengleichung t_8: $f_8(x) = \frac{1}{4}(x-8)^2 = \frac{1}{4}(x^2 - 16x + 64) + 4 = \frac{1}{4}x^2 - 4x + 20$

$f_8'(x) = \frac{1}{2}x - 4$

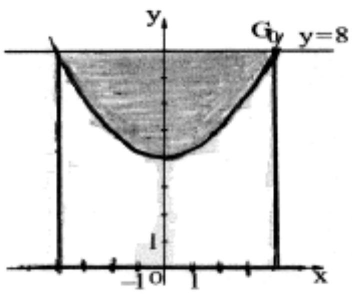
$f_8'(12) = 2$ → m = 2

Aus y = mx + n → y = 2x + n und mit $P_2(12 \mid 8)$ folgt
$8 = 2 \cdot 12 + n$ also n = -16

t_8: y = 2x – 16

Schnittpunkt: -2x + 8 = 2x – 16 → x = 6 und y = -4 → S(6 | -4)
Höhe des Dreiecks: h = |-4| + 8 = 12
Grundseite des Dreiecks: $|P_1P_2| = 12$
gesuchter Flächeninhalt: $A = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 = 72$ → 72 FE

1.3.



$f_0(x) = \frac{1}{4}x^2 + 4$

Schnittstellen mit y = 8: $8 = \frac{1}{4}x^2 + 4$

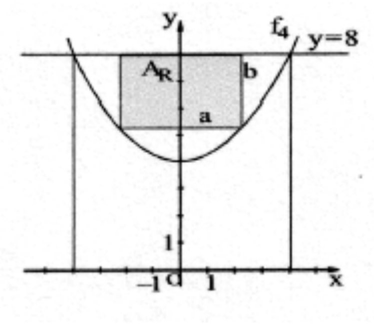
$0 = x^2 - 16$ → $x_1 = -4$
$x_2 = 4$

$$A = \int_{-4}^{4}\left(8 - \left(\frac{1}{4}x^2 + 4\right)\right)dx = \int_{-4}^{4}\left(4 - \frac{1}{4}x^2\right)dx$$

$$A = \left[4x - \frac{1}{12}x^3\right]_{-4}^{4} = \left(16 - \frac{64}{12}\right) - \left(-16 + \frac{64}{12}\right)$$

$$A = 21\frac{1}{3}\,FE$$

1.4.



Zielfunktion: $A_R = a \cdot b$

Nebenbedingungen: $f_0(x) = \frac{1}{4}x^2 + 4$

Da G_0 symmetrisch zur y-Achse liegt und eine Rechteckseite auf y = 8 (also parallel zur x-Achse), muss ein Rechteckseitenpaar parallel zur y-Achse liegen.

$$A_R(a) = a \cdot \left(8 - f_0\left(\frac{a}{2}\right)\right) = a \cdot \left(8 - \left[\frac{1}{4} \cdot \frac{a^2}{4} + 4\right]\right) = 4a - \frac{a^3}{16}$$

$$A'_R(a) = 4 - \frac{3a^2}{16} \qquad A''_R(a) = -\frac{3}{8}a$$

$$A'_R(a) = 0 \rightarrow a = \sqrt{\frac{64}{3}} \qquad A''_R\left(\sqrt{\frac{64}{3}}\right) = -\sqrt{3} < 0 \rightarrow \text{Maximum}$$

$$b = 8 - \frac{1}{16} \cdot \frac{64}{3} = \frac{8}{3}$$

Die Maße des gesuchten Rechtecks lauten $a = \sqrt{\frac{64}{3}}$ und $b = \frac{8}{3}$.