

Kurvenuntersuchungen F4

5. Gegeben ist eine Schar von Funktionen f_a durch die Gleichung

$$y = f_a(x) = a \cdot \ln(a + x) \text{ mit } a \in \mathbb{R}, a > 0.$$

G_a sei der zu f_a gehörige Graph.

5.1. Bestimmen Sie den Definitionsbereich von f_a und die Koordinaten der Schnittpunkte von G_a mit den Koordinatenachsen.

5.2. Skizzieren Sie die Graphen G_1 , G_2 und G_3 in ein und dasselbe Koordinatensystem.

5.3. Bestimmen Sie die Gleichung der Normalen an G_a im Schnittpunkt von G_a mit der x-Achse.

Für $a > 1$ bilden die Koordinatenachsen und die Normale für jeden Wert von a ein Dreieck.

Für welche Werte von a beträgt der Flächeninhalt dieses Dreiecks 1,125 Flächeneinheiten?

5.4. Die x-Achse, G_1 und die Gerade mit der Gleichung $x = -0,5$ schließen eine Fläche vollständig ein.

Berechnen Sie den prozentualen Fehler, der auftritt, wenn man zur Berechnung dieser Fläche

den Graphen G_1 durch den Graphen der Funktion mit der Gleichung $y = g(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x$

ersetzt.

Hinweis: $\int \ln x dx = x \ln x - x + c$